

## 円管内における粒体の水力輸送について(第4報) : 単球の沈降速度と単球浮遊時の流速に関する実験式

その他（別言語等） のタイトル	Hydraulic Transport of Solids in Pipes (Part 4) : The Experimental Formulae for the Terminal Velocity of a Sphere decelerated by the Pipe Wall and the Flow Velocity to maintain the Suspension of a Sphere in a Pipe
著者	奥田 教海
雑誌名	室蘭工業大学研究報告．理工編
巻	8
号	1
ページ	9-18
発行年	1973-10-15
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10258/3568">http://hdl.handle.net/10258/3568</a>

# 円管内における粒体の水力輸送について

## 第4報 単球の沈降速度と単球浮遊時の流速に関する実験式

奥 田 教 海

### Hydraulic Transport of Solids in Pipes

#### Part 4. The Experimental Formulae for the Terminal Velocity of a Sphere decelerated by the Pipe Wall and the Flow Velocity to maintain the Suspension of a Sphere in a Pipe

Kyookai Okuda

#### Abstract

In the present paper, the following two velocities are examined in terms of dimensionless factors:

- a) The mean flow velocity in a pipe to maintain the suspension of a sphere,  $v_1$ ,
- b) The terminal velocity of a sphere in a pipe,  $v_2$ .

The experiments were performed by changing the diameter of a sphere  $d$ , the specific gravity of a sphere  $\gamma_s$  and the diameter of a pipe  $D$ .

The results obtained can be summarized mainly as follows:

- a)  $v_1/v_t = 0.9788 - 1.145 \times \ln(d/D + 1.0)$ ,
- b)  $v_2/v_t = 1.0 - 0.908 \times (d/D)^{1.592}$ , for the spheres falling straightly along the pipe axis,  
or  
 $v_2/v_t = 0.765 - 0.924 \times (d/D)^{1.592}$ , for the spheres falling swinging in the pipe,  
where  $v_t$  is the terminal velocity of a sphere in unbounded fluid,
- c) The drag coefficient of a sphere in the pipe flow is larger than that of a sphere in unbounded fluid flow.

#### I. ま え が き

既に第1報<sup>1)</sup>において、副題に掲げる2種の速度に関する実験結果を報告したが、その後更に実験を続行し、それらの結果を実験式にまとめることができたので、それらについて報告する。

垂直管内の流れにおいて、球が浮遊するときの平均流速と、流体で満された管内を球が沈降するときの沈降速度とは一般に同一視されており、またそれらに及ぼす管壁の影響についても明かにされていない。

一般に粒体を垂直管で上昇輸送するとき、(a)輸送可能な最低の管内流速(粒体が浮遊するときの流速)として、粒体の管内干渉沈降速度をとつて考察を進めたり、または、(b)管内

を上昇する粒体の速度は、流体の平均流速よりその干渉沈降速度の分だけ差引いたものと考えられている<sup>2),3)</sup>。

このように一般に干渉沈降速度は、管内流速を決定するとき、重要な基準の速度として用いられている。粒群の水力輸送においては、粒の管内における沈降速度が問題となるが、ここではそれを解析する第一段階として1個の球について考察を進める。

筆者の実験によれば、1個の球が浮遊するときの平均流速（以下「釣合わせ流速」と呼ぶ）と干渉沈降速度とは必ずしも一致せず、後で述べるように、垂直管の場合は釣合わせ流速の方が管壁の影響を強く受けて、干渉沈降速度よりも多くは低い値を示す。従って垂直管における干渉沈降速度をもって流体輸送の管内流速決定の基準値の一つとすれば、見積りが過大になるおそれがある。

水を満した管内に球を沈降させる場合（場合(1)とする）、その系全体に干渉沈降速度と大きさ等しく方向反対の速度を与えても、その系内の相対関係は変わらない（場合(2)とする）が、球を浮遊させる場合は、管は静止していて水のみが上昇する（場合(3)とする）から、場合(2)と等価な系ではない。流体輸送の現象解析の中に沈降速度が出てくるとき、多くは場合(2)と場合(3)を同一視するため、前述の(a)、(b)のような誤に陥いつているものと考えられる。

流体力学的に言うならば、場合(1)の球に対する近寄り流れは、いわゆる一様平行流であるのに対して、場合(3)では多くは球はある速度分布をもった管内流れの中に置かれることとなる。換言すれば、場合(3)では普通一様平行流は実現できず、管軸から管壁に向ってある種の剪断流れとなる。ここに場合(2)と場合(3)を同一視できない原因がある。

本報告では、垂直管内における上述の2種の速度の管壁より受ける影響を表示する実験式を提示し、またこれらの速度より求めた管内における球の抗力係数を示す。ただし実験の範囲は球直径と管内径の比0.12—0.43程度、球と流体（水）の相対速度についての粒子レイノルズ数は400—10,000であって、アレン領域およびニュートン領域のレイノルズ数の低い側に属する。

## II. 実験装置と実験方法

第1報に述べたものとほぼ同様であるので詳細は省略し、概要を示す。

### 1. 供試管および球

表1に示すものを用いた。

表 1

管 内 径	38.4, 44.1, 51.4 mm $\phi$
球 直 径	6 mm $\phi$ より 2 mm 刻みに 22 mm $\phi$ まで
球材質と比重	塩化ビニール, 1.420    埋込樹脂, 1.269    ポリカーボネイト, 1.203    ポリスチロール, 1.065

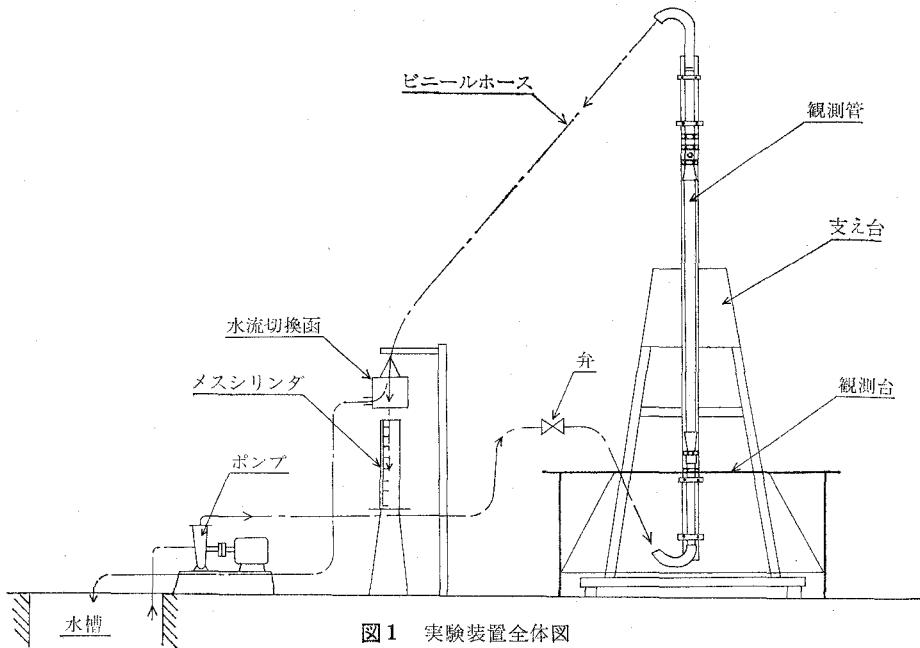


図1 実験装置全体図

## 2. 実験装置と実験方法

第1報と同様の装置(図1)を用い、同様の方法で行なった。ただし、今回は管内干渉沈降速度の測定精度を上げるために図2に示すような装置で、球が管内を沈降するとき遮光することを利用し、シリコン光電変換素子を用いて測定を行なった。

### III. 実験経過ならびに結果

#### 1. 記号と管内の球の抗力係数, フルード数

$D$ : 管内径

$d$ : 球直径

$\gamma_s$ : 球の比重量

$\gamma_w$ : 水の比重量

$\nu$ : 水の動粘性係数

$v_t$ : 理論沈降速度

$v_1$ : 釣合わせ流速

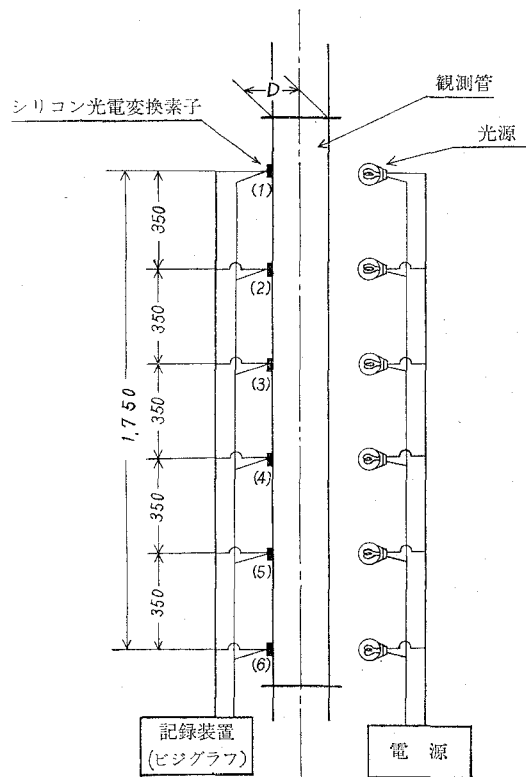


図2 観測管

$v_2$ : 管内干渉沈降速度 (管軸を直線的に沈降した場合)

$\xi_1$ : 釣合わせ速度比  $= v_1/v_t$

$\xi_2$ : 管内干渉沈降速度比  $= v_2/v_t$

$Re$ : 粒子レイノルズ数  $= v_t d/\nu$

$Re_1$ : 釣合わせにおける粒子レイノルズ数  $= v_1 d/\nu$

$Re_2$ : 沈降における粒子レイノルズ数  $= v_2 d/\nu$

$C_D$ : 無限広がり流体中の球の抗力係数

$C_{DS1}$ : 釣合わせにおける球の抗力係数

$C_{DS2}$ : 沈降における球の抗力係数

$F_{r1}$ : 釣合わせにおける粒子フルード数  $= v_1 / \sqrt{gd \left( \frac{\gamma_s}{\gamma_w} - 1 \right)}$

$F_{r2}$ : 沈降における粒子フルード数  $= v_2 / \sqrt{gd \left( \frac{\gamma_s}{\gamma_w} - 1 \right)}$

註 ' は横振れを伴った沈降の場合の値とする。

次に,  $E$  をもって単球に対する流れの慣性力と, 単球の沈降力との比とすると

$$\begin{aligned} E &= \frac{(\text{流れの慣性力})}{(\text{球の沈降力})} = \frac{C_{DS} \cdot \frac{\gamma_w}{2g} \cdot v_w^2 \cdot \frac{\pi}{4} d^2}{\frac{\pi}{6} d^3 (\gamma_s - \gamma_w)} = \frac{3}{4} \cdot C_{DS} \cdot \frac{v_w^2}{gd \left( \frac{\gamma_s}{\gamma_w} - 1 \right)} \\ &= \frac{3}{4} \cdot C_{DS} \cdot \left( \frac{v_w}{\sqrt{gd \left( \frac{\gamma_s}{\gamma_w} - 1 \right)}} \right)^2 \end{aligned} \quad (1)$$

$v_w$  に  $v_1$  または  $v_2$  を代入したときのフルード数  $F_{r1}$ ,  $F_{r2}$  を用いると

$$E = \frac{3}{4} \cdot C_{DS1} \cdot (F_{r1})^2 = \frac{3}{4} \cdot C_{DS2} \cdot (F_{r2})^2 \quad (2)$$

と書くことができる。釣合わせ, 沈降いずれの場合も釣合い状態では  $E=1$  となっているはずであるから

$$C_{DS1} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{(F_{r1})^2}, \quad C_{DS2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{(F_{r2})^2} \quad (3)$$

と考えられる。

## 2. 実験経過

前回の実験 (第1報の実験) の場合と同様の現象が見られた。今回は実験点を2~5倍にふやしたので傾向の更にはっきりしたものがあつた。

釣合わせ流速測定の実験では球は管中心よりある距離隔った位置に浮遊停滞していることが多く, またその距離を半径とする円周上を非常に遅い速度で旋回していることも多いという

ことが確かめられた。また管壁に寄り添っていて急に管中心部に入り上昇することもまれに見受けられた。

次に、管内干渉沈降速度の実験では、球は管軸を落下するものと、管壁に沿って転がりながら、あるいは滑りながら横振れを伴って落下するものがあった。この現象は  $d/D$  の大きい場合ほど、また比重量の大きいものほど顕著に現われた。

### 3. 実験結果

本報告では、垂直管における沈降速度と鈎合わせ流速に対する管壁の影響をみるために  $\xi_1-d/D$ ,  $\xi_2-d/D$ ,  $\xi'_2-d/D$ ,  $C_{DS1}-R_{e1}-d/D$  および  $C_{DS2}-R_{e2}-d/D$  の諸関係に焦点を絞っ

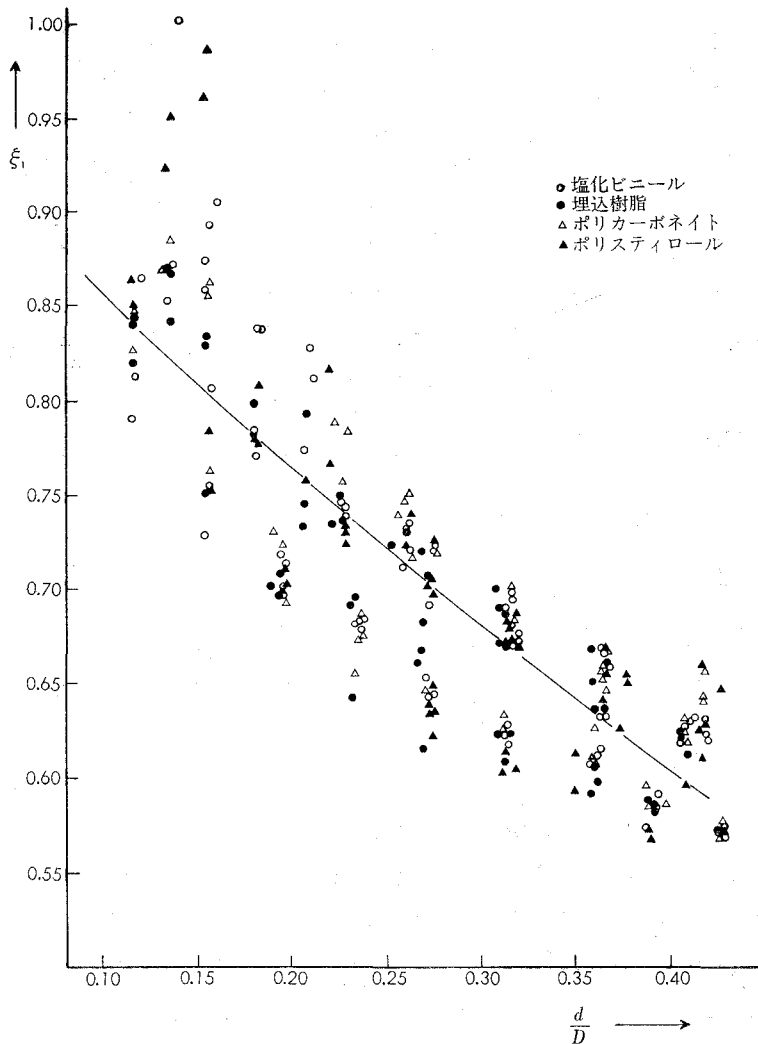


図3  $\xi_1 - \frac{d}{D}$

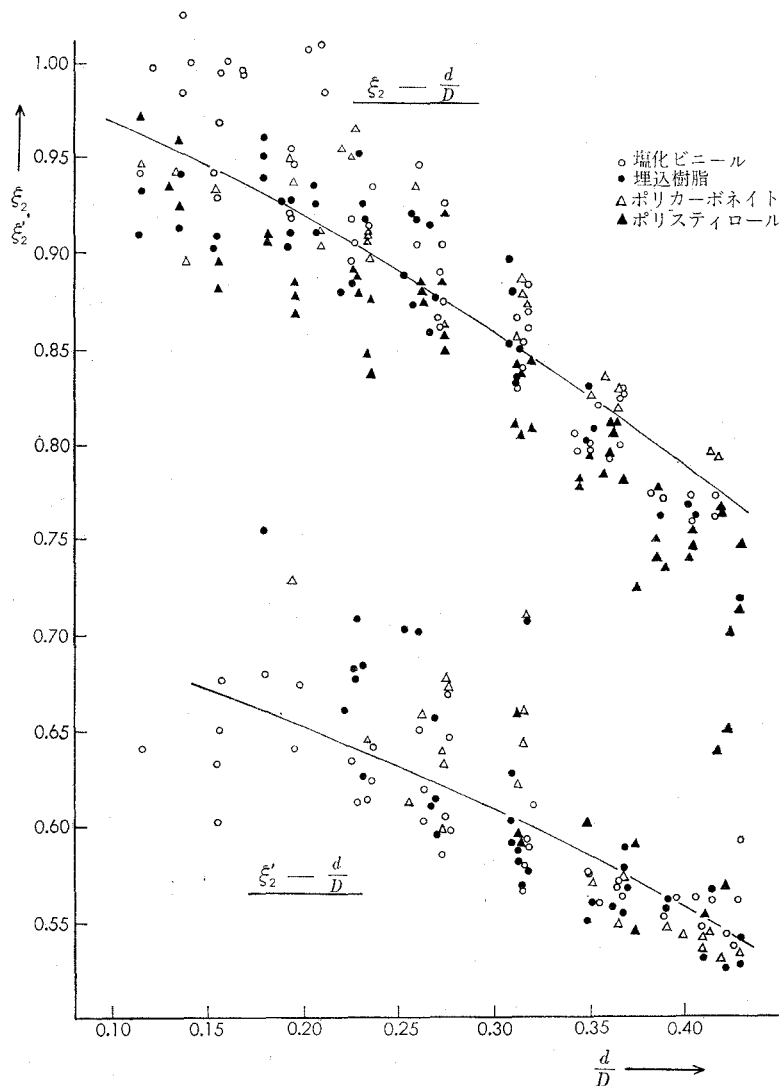


図4  $\xi_2, \xi_2' - \frac{d}{D}$

て述べる。

$v_1$  および  $v_2$  に及ぼす管壁の影響を表わす要因の一つとして  $d/D$  をとり,  $v_1, v_2$  を  $v_i$  で割って無次元化した  $\xi_1, \xi_2$  を,  $d/D$  を含む実験式で表現することを試みる。

$\xi_1, \xi_2$  が  $d/D$  に対してそれぞれ異なる変化を示すことは第1報でも述べたが, 今回の実験では  $\xi_1 - d/D, \xi_2 - d/D, \xi_2' - d/D$  は図3, 図4に示すような結果が得られた。

#### (1) $\xi_1 - d/D$ について

かなり値のばらつきは大きい, 一定の傾向が見受けられたので, 種々検討の結果, 最もよく適合すると考えられる実験式として

$$\xi_1 = a + b \times \ln \left( \frac{d}{D} + 1.0 \right) \quad (4)$$

なる形の式を採用し、係数  $a$ ,  $b$  を実験値より定めることとした。最小自乗法により  $a$ ,  $b$  を求めると、上の実験式は

$$\xi_1 = 0.9545 - 1.044 \times \ln \left( \frac{d}{D} + 1.0 \right) \quad (5)$$

となった。図3に記入してある曲線は、この式によるものである。この図には記入していない各点にはそれぞれ  $F_{r1}$  のある値が対応している。同一の  $F_{r1}$  数ごとにこの図上でその傾向を見ると、ほぼこの曲線に平行して上から下へ  $F_{r1}=1.5$  より  $F_{r1}=1.0$  の曲線が得られるようにみえるが、このことは今後の検討に任せる。

## (2) $\xi_2-d/D$ および $\xi'_2-d/D$ について

$\xi'_2$  は記号の項の註にあるように、横振れ沈降の場合の  $\xi_2$  の値である。図4でわかるように今回の実験では  $\xi_2$  と  $\xi'_2$  とが確然と分れて現れた。前述のように  $d/D$  の大きい場合、または比重量の大きい場合に多い。 $\xi_2$  を求める実験中  $\xi'_2$  の現われる確率は前回は約30%、今回は約40%であった。

$\xi_2$  に関する実験式として

$$\xi_2 = 1.0 - a \left( \frac{d}{D} \right)^n \quad (6)$$

の形の式を採用し、最小自乗法によって係数  $a$ , 指数  $n$  を定めると

$$\xi_2 = 1.0 - 0.766 \left( \frac{d}{D} \right)^{1.399} \quad (7)$$

となり、 $\xi'_2$  については、 $n$  は(7)式の値に従がうものとして定数項と係数  $a$  を同じく最小自乗法によって定めると

$$\xi'_2 = 0.712 - 0.557 \left( \frac{d}{D} \right)^{1.399} \quad (8)$$

となった。図4に記入してある曲線は(7), (8)式によるものである。

## (3) 前回の結果を含めた実験式の提示

(5), (7) および (8) 式の一般性ならびに信頼度を増すために、ほぼ同様の傾向が見られた前回の実験結果をも含めて、それぞれ同一形式の実験式を最小自乗法により求めることを試みた。結果は係数ならびに指数にいくらかの相違がみられ、次のような式となった。

釣合せ流速について

$$\xi_1 = 0.9788 - 1.145 \times \ln \left( \frac{d}{D} + 1.0 \right) \quad (9)$$

管内干渉沈降速度について



$$\xi_2 = 1.0 - 0.908 \left( \frac{d}{D} \right)^{1.592} \quad (10)$$

$$\xi'_2 = 0.765 - 0.924 \left( \frac{d}{D} \right)^{1.592} \quad (11)$$

この3式を $\xi_1$ ,  $\xi_2$  および  $\xi'_2$  を見込む実験式として更めて提示する。(9)式より求めた $\xi_1$ を図5に, (10)および(11)式より求めた $\xi_2$ ,  $\xi'_2$ を図6に示した。

#### (4) $\xi_2/\xi_1-d/D$ , $\xi'_2/\xi_1-d/D$ について

今まで $\xi_1$ ,  $\xi_2$  それぞれが管壁の影響をどう受けるかについて考察してきたが, ここで $v_2$ と $v_1$ との直接の関係すなわち $\xi_2/\xi_1$ または $\xi'_2/\xi_1$ と $d/D$ との関係を(9)式と(10)式, (9)式と(11)式を組合わせて求めてみる。これらを図示したものは図7である。すなわち

$$\xi_2/\xi_1 \doteq 1.12-1.35, \quad \xi'_2/\xi_1 \doteq 0.85-0.93$$

となり, この実験範囲内での $\xi_1$ ,  $\xi_2$ の差異の程度が数量的に表わされたことになる。

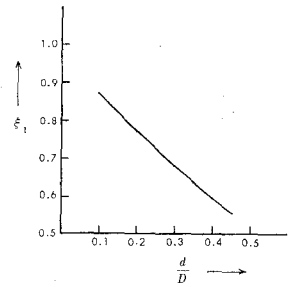


図5  $\xi_1-d/D$  (総合)

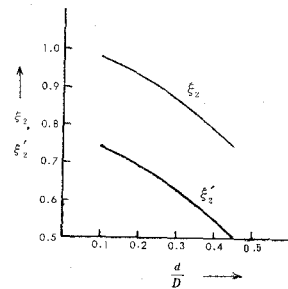


図6  $\xi_2, \xi'_2-d/D$  (総合)

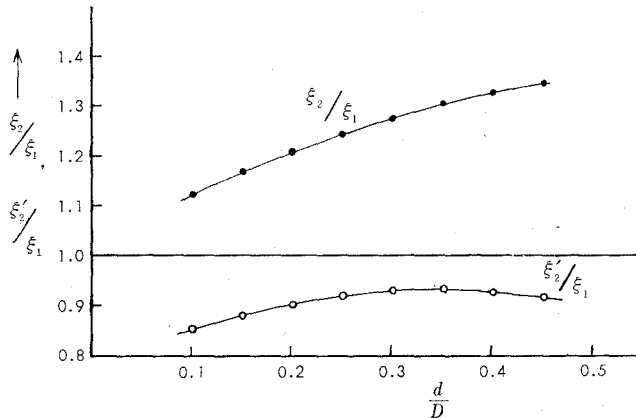


図7  $\frac{\xi_2}{\xi_1}, \frac{\xi'_2}{\xi_1}-\frac{d}{D}$  (全体)

#### (5) $C_{DS1}-Re_1-d/D$ , $C_{DS2}-Re_2-d/D$ について

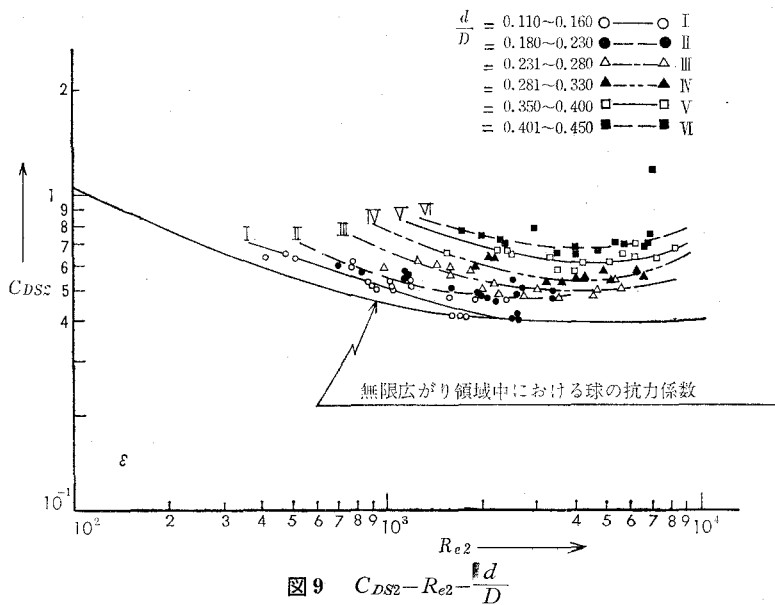
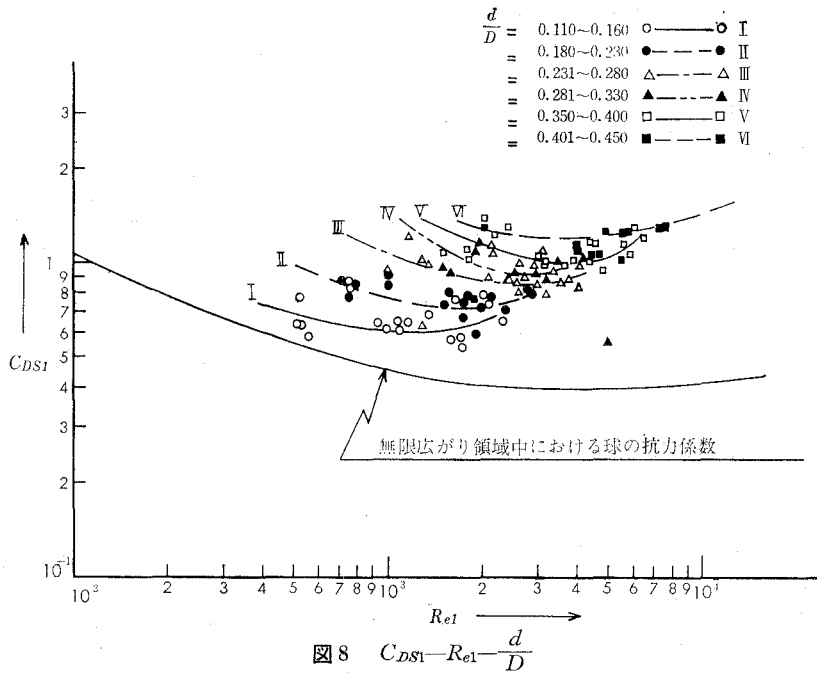
(3)式により管内における球の抗力係数 $C_{DS1}$ または $C_{DS2}$ が容易に求められるので, それらを $d/D$ をパラメータとして図示すると図8, 図9のようになった。これらの図には比較のために無限広がり領域中における球の抗力係数 $C_D$ の線を記入してある。 $d/D$ が小さい場合ほど $C_{DS1}$ ,  $C_{DS2}$ どちらも $C_D$ に接近する。 $d/D$ が大となれば曲線は上に向かってほぼ平行に移動し,  $C_{DS1}$ ,  $C_{DS2}$ が大きな値をとる。同題名の以前の報告<sup>4)</sup>でも管内における球の抗力係数が $C_D$ よ

り常に高い値となることを指摘したが、この場合もそれが成り立つことがわかった。

一般に管内沈降の場合よりも管内釣合わせの場合の方が球の抗力係数は大きく

$$C_{DS1} - C_{DS2} \doteq 0.3 \sim 0.5$$

程度である。 $\xi_1 < \xi_2$  なることと (1), (2) および (3) 式より  $C_{DS1} > C_{DS2}$  なることは明らかである。



## IV. む す び

1 個の球の管内における沈降速度、釣合わせ流速について、球材質、球直径、管内径を変えて実験し、それらの速度に及ぼす管壁の影響を求めた。要約すれば次の通りである。

(1) 釣合わせ流速  $v_1$  と管内干渉沈降速度  $v_2$  とは本質的に相違し、 $d/D$  に対して異なった変化を示す。それらは無次元化した実験式 (9), (10) および (11) 式にまとめられる。

(2)  $v_2/v_1$  は  $\xi_2/\xi_1$  または  $\xi_2/\xi_1$  より求められ図 7 に示されている。

(3) 管内における球の抗力係数  $C_{DS1}$ ,  $C_{DS2}$  と粒子レイノルズ数との関係が  $d/D$  をパラメータとして求められ、図 8, 図 9 に示されている。いずれも無限広がり流体中の球の抗力係数  $C_D$  より高く  $d/D$  が小となれば  $C_D$  に接近する。

終に本実験の実施にあたった当時学生の梶 英雄、田中重美両君に感謝の意を表する。

(昭和 48 年 5 月 21 日受理)

## 文 献

- 1) 奥田教海：室蘭工大研報, 5, 1, 217 (1965).
- 2) 池森亀鶴：日本機械学会誌, 66, 537, 1414 (1963).
- 3) 渡辺慶輝：水力採炭, 41.
- 4) 奥田教海：室蘭工大研報, 6, 3, 879 (1969).